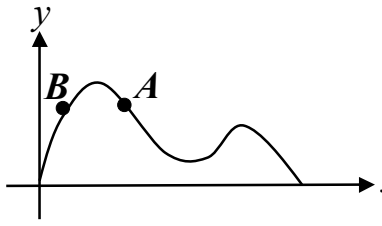
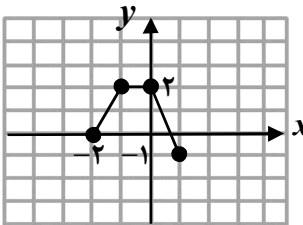
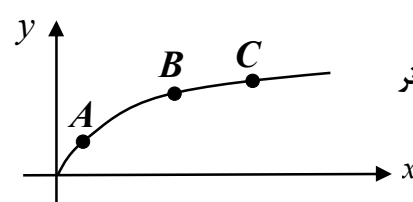


|                                   |                       |               |                     |
|-----------------------------------|-----------------------|---------------|---------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | رشته: ریاضی و فیزیک   | ساعت شروع:    | تعداد صفحه: ۲       |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه      | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه | تاریخ امتحان: | نام و نام خانوادگی: |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | <p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار <math>y = f(kx)</math> از انبساط افقی نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math> ها به دست می آید.</p> <p>ب) نقاطی به فرم <math>x = k\pi + \frac{\pi}{2}</math>, <math>k \in Z</math> در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.</p> <p>پ) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{9-x^2}</math> برابر با <math>-\infty</math> است.</p> <p>ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> مثبت است.</p>  | ۱    |
| ۲ | <p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>g(x) = 2f(x-1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۲    |
| ۳ | <p>اگر چند جمله ای <math>f(x) = x^2 + ax - 3</math> بر <math>(x+1)</math> بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم <math>f(x)</math> بر <math>(x-2)</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۰/۷۵ |
| ۴ | <p>چند جمله ای <math>x^6 - 1</math> را بر حسب عامل <math>(x+1)</math> تجزیه کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۰/۵  |
| ۵ | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع <math>y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)</math> برابر با ..... است.</p> <p>ب) حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}</math> برابر با ..... است.</p> <p>پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه <math>B</math> است.</p>  <p>ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه ..... نام دارد.</p>                                                       | ۱    |
| ۶ | <p>معادله <math>\cos 2x + \cos x + 1 = 0</math> را حل کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱/۵  |
| ۷ | <p>کدام یک از خطوط <math>x = 3</math> و <math>x = -1</math> مجانب قائم تابع <math>f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}</math> می باشد؟ دلیل ارائه کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱/۵  |

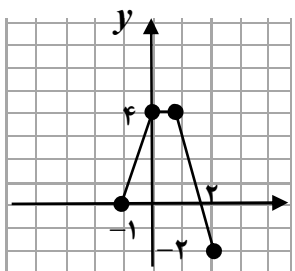
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

|                                    |                        |                |                      |
|------------------------------------|------------------------|----------------|----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲ | رشته : ریاضی و فیزیک   | ساعت شروع :    | تعداد صفحه : ۲       |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه       | مدت امتحان : ۱۳۰ دقیقه | تاریخ امتحان : | نام و نام خانوادگی : |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

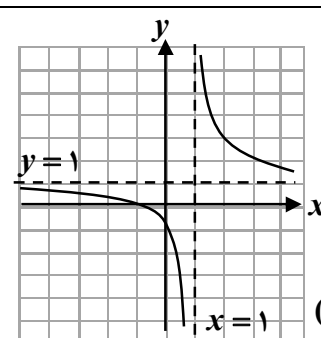
|    |                                                                                                                                      |          |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۸  | با توجه به نمودار تابع $f$ که در زیر آمده است، مجانب های افقی تابع را بنویسید.                                                       | ۰/۵      |
| ۹  | نشان دهید نقطه ای به طول $x = -1$ ، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x) =  x^2 + x $ می باشد.                                               | ۱/۷۵     |
| ۱۰ | قضیه: ثابت کنید اگر تابع $f$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن گاه تابع $f$ در $x = a$ پیوسته است.                                        | ۱/۲۵     |
| ۱۱ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. )<br>الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ ب) $g(x) = \cos^2(2x)$ | ۱/۷۵     |
| ۱۲ | نمودار تابع $f$ در شکل رو به رو آمده است.<br>با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع $f$ است.             | ۰/۷۵     |
| ۱۳ | آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f$ را در $x = 1$ محاسبه کنید.                 | ۱        |
| ۱۴ | مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.                                       | ۱/۵      |
| ۱۵ | تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است.                                                     | ۱/۲۵     |
| ۱۶ | مقادیر $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه عطف منحنی باشد.                                   | ۱/۲۵     |
| ۱۷ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.                                                                       | ۱/۷۵     |
| ۲۰ | موفق و سربلند باشید.                                                                                                                 | جمع نمره |

|                                          |                     |               |                       |
|------------------------------------------|---------------------|---------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع:    | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه             |                     | تاریخ امتحان: |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | نمره |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | الف) نادرست (۰/۲۵) (نکته صفحه ۹ در مورد انقباض و انبساط افقی) ب) درست (۰/۲۵) (تابع تانژانت صفحه ۳۲)<br>پ) درست (۰/۲۵) (قسمت پ سوال ۲ صفحه ۵۸) ت) نادرست (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۷ صفحه ۸۲)                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۲    | (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۲)<br>$D_g = [-1, 2] \quad (۰/۲۵)$<br>$R_g = [-2, 4] \quad (۰/۲۵)$<br>                                                                                                                                                                                                      | ۱    |
| ۳    | (سوال ترکیبی مشابه سوال ۶ صفحه ۲۲ و مفهوم باقی مانده صفحه ۱۹)<br>$f(-1) = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2 \quad (۰/۲۵)$<br>$f(2) = 4 - 4 - 3 = -3 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                      | ۰/۷۵ |
| ۴    | (قسمت ب سوال ۸ صفحه ۲۲)<br>$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \quad (۰/۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۰/۵  |
| ۵    | الف) ۸ (۰/۲۵) (نکته صفحه ۲۷) ب) ۳ (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۳ صفحه ۶۹)<br>پ) A (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸۱) ت) بحرانی (۰/۲۵) (تعریف نقطه بحرانی صفحه ۱۱۷)                                                                                                                                                                                                                                 | ۱    |
| ۶    | (معادله مثلثاتی از صفحه ۳۵ تا ۴۴)<br>$2 \cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \cos x (2 \cos x + 1) = 0 \quad (۰/۲۵)$<br>$\Rightarrow \cos x = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵), \cos x = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$                                                   | ۱/۵  |
| ۷    | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty \quad (۰/۲۵)$<br>(مثال صفحه ۵۶)<br>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$<br>خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی $f$ است (۰/۲۵) ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع $f$ نیست. (۰/۲۵)                             | ۱/۵  |
| ۸    | (مشابه سوال ۲ صفحه ۶۹)<br>$y = 1 \quad (۰/۲۵), \quad y = -2 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۰/۵  |
| ۹    | تابع $f$ در $x = -1$ پیوسته است. (۰/۲۵)<br>(نکته صفحه ۸۹)<br>$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2 + x }{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1 \quad (۰/۲۵)$<br>$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1 \quad (۰/۲۵)$<br>مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x = -1$ نقطه گوشه ای تابع است. | ۱/۷۵ |

«ادامه پاسخ ها در صفحه دوم»

|                                          |                     |               |                       |
|------------------------------------------|---------------------|---------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲ | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع:    | مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه             |                     | تاریخ امتحان: |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | نمره       |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|------|-----------|------|-----|-----|------------|-----|------------|------|-----|------------|-----------|------------|-----|------|
| ۱۰   | کافی است نشان دهیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .<br>$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x-a) \underbrace{\left( \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \right)}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow a} (x-a) \times \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{\left( \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \right)}_{(0/25)}$ $= 0 \times f'(a) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (0/25)$ <p>(قضیه صفحه ۸۶)</p>                                                                                                                                                                                                                         | ۱/۲۵       |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۱   | (فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶)<br>الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{2x(x^2+2x+1)}^{(0/25)} - \overbrace{(x^2-1)(2x^2+2)}^{(0/25)}}{\overbrace{(x^2+2x+1)^2}^{(0/25)}} \quad (0/25)$<br>ب) $g'(x) = \underbrace{-6}_{(0/25)} \underbrace{\cos^2(2x)}_{(0/25)} \underbrace{\sin(2x)}_{(0/25)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱/۷۵       |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۲   | نمودار (ب) $(0/25)$ . سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب $x^2$ منفی است. $(0/25)$ لذا در مشتق تابع ضریب $x$ منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. $(0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۱۰۰)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۰/۷۵       |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۳   | (آهنگ تغییرات از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰)<br>$\text{آهنگ} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0/25)$ $f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow f'(1) = 1 \quad (0/25)$ آهنگ تغییر لحظه ای                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱          |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۴   | (مشابه مثال صفحه ۱۱۷)<br>$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+4}} \quad (0/25) \xrightarrow{f'=0} x=1 \quad (0/25)$ $f(0) = f(2) = 2 \quad (0/25)$ مقدار ماکزیمم مطلق<br>$f(1) = \sqrt{3} \quad (0/25)$ مقدار مینیمم مطلق                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱/۵        |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۵   | (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۱۲۶)<br>$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2} \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f</math></td><td><math>\searrow</math></td><td><math>0</math></td><td><math>\nearrow</math></td></tr></table> $(0/5)$<br>$(-\infty, 0)$ نزولی<br>$(0, +\infty)$ صعودی                                                                                                                                                                                 | $x$        | $-\infty$  | $0$        | $+\infty$ | $f'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $f$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | ۱/۲۵ |     |            |           |            |     |      |
| $x$  | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $0$        | $+\infty$  |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| $f'$ | $-$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $0$        | $+$        |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| $f$  | $\searrow$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $0$        | $\nearrow$ |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۶   | $\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \\ f''(x) &= 6ax + 2b \quad (0/25) \\ f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -1 \quad (0/25) \\ b &= 3 \quad (0/25) \end{aligned}$ (مشابه سوال ۴ صفحه ۱۳۶)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱/۲۵       |            |            |           |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| ۱۷   | $x=1$ قائم $(0/25)$<br>$y=1$ افقی $(0/25)$<br>$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>0</math></td><td><math>1</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'</math></td><td><math>-</math></td><td><math>-</math></td><td><math>-</math></td><td><math>-</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>f</math></td><td><math>1</math></td><td><math>\searrow</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td><math>1</math></td></tr></table> $(0/5)$<br> | $x$        | $-\infty$  | $0$        | $1$       | $2$  | $+\infty$ | $f'$ | $-$ | $-$ | $-$        | $-$ | $-$        | $f$  | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | ۱/۷۵ |
| $x$  | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $0$        | $1$        | $2$        | $+\infty$ |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| $f'$ | $-$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $-$        | $-$        | $-$        | $-$       |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |
| $f$  | $1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $\searrow$ | $-\infty$  | $\nearrow$ | $1$       |      |           |      |     |     |            |     |            |      |     |            |           |            |     |      |

" در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است "

در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است